

Sistemas de ecuaciones

Ecuaciones lineales con dos incógnitas

1. Método de reducción

$$1) \begin{cases} a + b = 9 \\ a - b = 1 \end{cases}$$

Sumamos las dos ecuaciones y obtenemos:

$$2a = 10$$

Regla del producto: dividimos entre 2

$$a = 5$$

Para calcular la otra incógnita, sustituimos el valor obtenido en alguna de las dos ecuaciones. Por ejemplo, sustituyendo en la primera obtenemos:

$$(5) + b = 9$$

Si restamos 5 en las dos ecuaciones, obtenemos:

$$(5) + b - 5 = 9 - 5$$

$$b = 4$$

Con lo que la solución del sistema es **(+5, +4)**

$$2) \begin{cases} x + 2y = 13 \\ 3x + y = 14 \end{cases}$$

Como el mcm de los coeficientes de la y es menor, reducimos por dicha incógnita.

$$mcm(y) = 2$$

Ajustamos los coeficientes:

$$\begin{cases} 1 \cdot (x + 2y = 13) \\ -2 \cdot (3x + y = 14) \end{cases}$$

He puesto un signo negativo en el coeficiente de la segunda para que no se queden los coeficientes de la y con el mismo signo. Ahora multiplicamos:

$$\begin{cases} x + 2y = 13 \\ -6x - 2y = -28 \end{cases}$$

Sumamos las dos ecuaciones: $-5x = -15$

Dividimos entre -5 toda la ecuación: $x = +3$

Sustituimos el valor de x en la primera ecuación (en realidad, puedes sustituir en la que quieras):

$$(+3) + 2y = 13$$

Regla de la suma: Restamos +3 en los dos miembros:

$$+2y = 10$$

Regla del producto: dividimos los dos miembros de la ecuación por +2: $y = 5$

Solución del sistema: **(+3, +5)**

$$3) \begin{cases} 4x - y = 10 \\ 2x - y = 4 \end{cases}$$

En este caso, vamos a reducir por la incógnita y porque tiene el mismo coeficiente en las dos incógnitas. Lo único es que tiene el mismo signo en las dos por lo que vamos a multiplicar una de ellas por -1 :

$$\begin{cases} 4x - y = 10 \\ -1 \cdot (2x - y = 4) \end{cases}$$

Operamos:

$$\begin{cases} 4x - y = 10 \\ -2x + y = -4 \end{cases}$$

Sumamos las dos ecuaciones: $2x = 6$

Regla del producto: dividimos entre 2: $x = +3$

Para calcular la otra incógnita, sustituimos, por ejemplo, en la segunda ecuación:

$$\begin{aligned} 2(+3) - y &= 4 \\ 6 - y &= 4 \end{aligned}$$

Regla de la suma: restamos 6:

$$-y = -2$$

Regla del producto: dividimos entre -1

$$y = +2$$

Solución del sistema de ecuaciones: **(+3, +2)**

$$4) \begin{cases} 6x + 7y = 79 \\ 5x - 11y = 49 \end{cases}$$

En este caso, vamos a reducir por la incógnita x porque el mcm de sus coeficientes es 30 que es más pequeños que el mcm de los coeficientes de la otra (77). Ajustamos los coeficientes:

$$\begin{cases} 5 \cdot (6x + 7y = 79) \\ -6 \cdot (5x - 11y = 49) \end{cases}$$

En la segunda ecuación, ponemos el coeficiente negativo para que los dos coeficientes de la incógnita porque la que estamos reduciendo no salgan de igual signo:

$$\begin{cases} 30x + 35y = 395 \\ -30x + 66y = -294 \end{cases}$$

Sumamos las dos ecuaciones del sistema:

$$101y = 101$$

Regla del producto: dividimos entre 101:

$$y = +1$$

Para calcular la otra incógnita, sustituimos, por ejemplo, en la segunda ecuación:

$$\begin{aligned} 5x - 11(+1) &= 49 \\ 5x - 11 &= 49 \end{aligned}$$

Regla de la suma: sumamos 11 en los dos miembros de la ecuación:

$$5x = 60$$

Regla del producto: dividimos entre 5

$$x = +12$$

Solución del sistema de ecuaciones: **(+12, +1)**

5)
$$\left. \begin{array}{l} 5x + y = 5 \\ 7x - y = 13 \end{array} \right\}$$

Como la incógnita y tienen el mismo coeficiente con signos opuestos en las dos ecuaciones, la elegimos para reducir por ella el sistema. Sumamos las dos ecuaciones:

$$12x = 18$$

Regla del producto: dividimos entre 12: $x = \frac{18}{12}$

Y simplificamos el resultado: $x = \frac{3}{2}$

Para calcular la otra incógnita, sustituimos el valor que hemos encontrado, por ejemplo, en la primera ecuación:

$$5\left(\frac{3}{2}\right) + y = 5$$

$$\frac{15}{2} + y = 5$$

Quitamos denominadores de la ecuación:

$$15 + 2y = 10$$

Regla de la suma: restamos 15:

$$15 + 2y - 15 = 10 - 15$$

$$2y = -5$$

Regla del producto: dividimos entre 2: $y = -\frac{5}{2}$

Resultado del sistema de ecuaciones: **$\left(\frac{3}{2}, -\frac{5}{2}\right)$**

6)
$$\left. \begin{array}{l} 5x - 8y = 7 \\ x = 1 + y \end{array} \right\}$$

En primer lugar, colocamos los términos con incógnitas de la segunda ecuación en su lugar con la regla de la suma:

$$\left. \begin{array}{l} 5x - 8y = 7 \\ x - y = 1 \end{array} \right\}$$

Reducimos por la x multiplicando la segunda ecuación por -5 :

$$\left. \begin{array}{l} 5x - 8y = 7 \\ -5 \cdot (x - y = 1) \end{array} \right\}$$

Hacemos los cálculos:

$$\left. \begin{array}{l} 5x - 8y = 7 \\ -5x + 5y = -5 \end{array} \right\}$$

Y sumamos las dos ecuaciones para reducir el número de incógnitas:

$$-3y = 2$$

Regla del producto: dividimos entre -3 :

$$y = -\frac{2}{3}$$

Para calcular la otra incógnita, sustituimos el valor que hemos encontrado, por ejemplo, en la segunda ecuación:

$$x - \left(-\frac{2}{3}\right) = 1$$

$$x + \frac{2}{3} = 1$$

Quitamos denominadores multiplicando por 3:

$$3x + 2 = 3$$

Regla de la suma: restamos 2:

$$3x + 2 - 2 = 3 - 2$$

$$3x = 1$$

Regla del producto: dividimos entre 3: $x = \frac{1}{3}$

Solución del sistema de ecuaciones: $\left(\frac{1}{3}, -\frac{2}{3}\right)$

7)
$$\begin{cases} 8x - 4y = 6 \\ 9x - 3y = 6 \end{cases}$$

Vamos a reducir por la y porque el mcm de sus coeficientes es menor. Además, multiplicaremos por menos para que las dos tengan signos opuestos:

$$\begin{cases} -3 \cdot (8x - 4y = 6) \\ +4 \cdot (9x - 3y = 6) \end{cases}$$

Operamos:

$$\begin{cases} -24x + 12y = -18 \\ +36x - 12y = +24 \end{cases}$$

Sumamos las dos ecuaciones del sistema:

$$12x = 6$$

Regla del producto: dividimos entre 12: $x = \frac{6}{12}$

Simplificando: $x = \frac{1}{2}$

Para calcular la otra incógnita, sustituimos el valor que hemos encontrado, por ejemplo, en la segunda ecuación:

$$9\left(\frac{1}{2}\right) - 3y = 6$$

$$\frac{9}{2} - 3y = 6$$

Multiplicamos por 2:

$$9 - 6y = 12$$

Regla de la suma: restamos 9

$$9 - 6y - 9 = 12 - 9$$

$$-6y = 3$$

Regla del producto: dividimos entre -6

$$y = -\frac{3}{6}$$

Simplificando:

$$y = -\frac{1}{2}$$

Solución del sistema: $(+\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})$

$$8) \left. \begin{aligned} \frac{3x}{2} + \frac{4y}{3} + 1 &= 0 \\ \frac{2x}{3} + \frac{y}{4} &= \frac{7}{12} \end{aligned} \right\}$$

Para quitar denominadores, multiplicamos la primera ecuación por 6 y la segunda por 12

$$\left. \begin{aligned} \frac{12 \cdot 3x}{2} + \frac{12 \cdot 4y}{3} + \frac{12 \cdot 1}{1} &= 12 \cdot 0 \\ \frac{12 \cdot 2x}{3} + \frac{12 \cdot y}{4} &= \frac{12 \cdot 7}{12} \end{aligned} \right\}$$

Simplificamos:

$$\left. \begin{aligned} 18x + 16y + 12 &= 0 \\ 8x + 3y &= 7 \end{aligned} \right\}$$

Colocamos bien el término independiente de la primera ecuación restando 12:

$$\left. \begin{aligned} 18x + 16y &= -12 \\ 8x + 3y &= 7 \end{aligned} \right\}$$

Simplificamos la primera ecuación dividiendo entre 2:

$$\left. \begin{aligned} 9x + 8y &= -6 \\ 8x + 3y &= 7 \end{aligned} \right\}$$

Reducimos por la y porque el mcm de sus coeficientes (24) es menor. Ajustamos los coeficientes y multiplicamos una de ellas por menos para que los coeficientes sean distintos:

$$\left. \begin{aligned} -3 \cdot (9x + 8y = -6) \\ 8 \cdot (8x + 3y = 7) \end{aligned} \right\}$$

Operamos:

$$\left. \begin{aligned} -27x - 24y &= 18 \\ 64x + 24y &= 56 \end{aligned} \right\}$$

Sumamos las dos ecuaciones que forman el sistema:

$$37x = 74$$

Dividimos entre 37: $x = 2$

Para calcular la otra incógnita, sustituimos el valor que hemos encontrado, por ejemplo, en la segunda ecuación:

$$\left. \begin{aligned} 8(2) + 3y &= 7 \\ 16 + 3y &= 7 \end{aligned} \right\}$$

Regla de la suma: restamos 16

$$3y = -9$$

Regla del producto: dividimos entre 3

$$y = -3$$

Resultado del sistema: $(+2, -3)$

$$9) \left. \begin{aligned} \frac{x-1}{4} + \frac{y-2}{5} &= 3 \\ 2x - \frac{2y-5}{3} &= y + 8 \end{aligned} \right\}$$

Para quitar los denominadores, multiplicamos la ecuación de arriba por 20 y la de abajo por 3:

$$\left. \begin{aligned} \frac{20 \cdot (x-1)}{4} + \frac{20 \cdot (y-2)}{5} &= 20 \cdot 3 \\ 3 \cdot 2x - \frac{3 \cdot (2y-5)}{3} &= 3 \cdot (y+8) \end{aligned} \right\}$$

Simplificamos:

$$\left. \begin{aligned} 5 \cdot (x-1) + 4 \cdot (y-2) &= 60 \\ 6x - (2y-5) &= 3y + 24 \end{aligned} \right\}$$

Quitamos paréntesis:

$$\left. \begin{aligned} 5x - 5 + 4y - 8 &= 60 \\ 6x - 2y + 5 &= 3y + 24 \end{aligned} \right\}$$

Simplificamos términos semejantes:

$$\left. \begin{aligned} 5x + 4y - 13 &= 60 \\ 6x - 2y + 5 &= 3y + 24 \end{aligned} \right\}$$

Colocamos en su sitio cada término:

$$\left. \begin{aligned} 5x + 4y &= 73 \\ 6x - 5y &= 19 \end{aligned} \right\}$$

Vamos a reducir por la y porque su mcm (20) es más pequeño:

$$\left. \begin{aligned} 5 \cdot (5x + 4y = 73) \\ 4 \cdot (6x - 5y = 19) \end{aligned} \right\}$$

Operamos:

$$\left. \begin{aligned} 25x + 20y &= 365 \\ 24x - 20y &= 76 \end{aligned} \right\}$$

Sumamos las dos ecuaciones:

$$49x = 441$$

Regla del producto: dividimos entre 49: $x = 9$

Para calcular la otra incógnita, sustituimos el valor que hemos encontrado, por ejemplo, en la primera ecuación:

$$\left. \begin{aligned} 5(9) + 4y &= 73 \\ 45 + 4y &= 73 \end{aligned} \right\}$$

Regla de la suma: restamos 45

$$\left. \begin{aligned} 45 + 4y - 45 &= 73 - 45 \\ 4y &= 28 \end{aligned} \right\}$$

Regla del producto: dividimos entre 4

$$y = 7$$

Solución del sistema de ecuaciones: $(+9, +7)$

$$10) \begin{cases} x + y = 8 \\ x - y = 2 \end{cases}$$

Sumamos las dos ecuaciones:

$$2x = 10$$

Regla del producto: dividimos entre 2

$$x = 5$$

Para calcular la otra incógnita, sustituimos el valor que hemos encontrado, por ejemplo, en la primera ecuación:

$$(5) + y = 8$$

Regla de la suma: restamos 5

$$y = 3$$

Solución del sistema de ecuaciones: **(+5, +3)**

LECCIONESDEMATES.COM