

Sistemas de ecuaciones

Ecuaciones lineales con dos incógnitas

1. Método de sustitución

$$1) \begin{cases} a + b = 9 \\ a - b = 1 \end{cases}$$

Despejamos cualquiera de las incógnitas que tiene como coeficiente 1, ya que son el caso más sencillo. Por ejemplo, la a de la segunda ecuación:

$$a = 1 + b$$

Sustituimos el valor de a en la otra ecuación:

$$a + b = 9$$

$$(1 + b) + b = 9$$

Resolvemos esta ecuación donde ya sólo hay una incógnita:

$$1 + b + b = 9$$

$$1 + 2b = 9$$

$$2b = 8$$

$$b = 4$$

Volvemos ahora a la expresión que hemos subrayado en azul:

$$a = 1 + b$$

Podemos cambiar la b por 4 que es su valor:

$$a = 1 + 4$$

$$a = 5$$

Con lo que la solución del sistema es $(+5, +4)$

$$2) \begin{cases} 5x - 8y = 7 \\ x = 1 + y \end{cases}$$

En la segunda ecuación, observamos que ya está despejada la incógnita x por lo que vamos a aprovechar que este trabajo ya está hecho:

$$x = 1 + y$$

Sustituimos el valor de la incógnita despejada en la otra ecuación:

$$5x - 8y = 7$$

$$5 \cdot (1 + y) - 8y = 7$$

Esta nueva ecuación ya sólo tiene una incógnita. Vamos a resolverla:

$$5 + 5y - 8y = 7$$

$$5 - 3y = 7$$

$$-3y = 2$$

$$y = -\frac{2}{3}$$

Volvemos ahora a la expresión que hemos subrayado en azul:

$$x = 1 + y$$

Podemos cambiar la y por $-\frac{2}{3}$ que es su valor:

$$x = 1 + \left(-\frac{2}{3}\right)$$

$$x = 1 - \frac{2}{3}$$

$$x = \frac{3}{3} - \frac{2}{3}$$

$$x = \frac{3 - 2}{3}$$

$$x = \frac{1}{3}$$

Con lo que la solución del sistema es $\left(+\frac{1}{3}, -\frac{2}{3}\right)$

3) $\left. \begin{array}{l} 4x + 3y = 40 \\ 6x + 7y = 100 \end{array} \right\}$

Despejamos y en la primera ecuación:

$$4x + 3y = 40$$

$$3y = 40 - 4x$$

$$y = \frac{40 - 4x}{3}$$

Sustituimos el valor de la incógnita despejada en la otra ecuación:

$$6x + 7 \cdot \left(\frac{40 - 4x}{3}\right) = 100$$

Resolvemos esta ecuación:

Quitamos paréntesis:

$$6x + \frac{280 - 28x}{3} = 100$$

Quitamos denominadores:

$$3 \cdot 6x + \frac{3 \cdot (280 - 28x)}{3} = 3 \cdot 100$$

$$18x + (280 - 28x) = 300$$

$$18x + 280 - 28x = 300$$

Simplificamos términos semejantes:

$$280 - 10x = 300$$

Regla de la suma:

$$-10x = 20$$

Regla del producto:

$$x = -2$$

Volvemos ahora a la expresión que hemos subrayado en azul:

$$y = \frac{40 - 4x}{3}$$

Podemos cambiar la x por -2 que es su valor:

$$y = \frac{40 - 4(-2)}{3}$$

$$y = \frac{40 + 8}{3}$$

$$y = \frac{48}{3}$$

$$y = 16$$

Con lo que la solución del sistema es $(-2, +16)$

$$4) \begin{cases} 7x + 2y = 31 \\ 5x + 3y = 30 \end{cases}$$

Despejamos y en la primera ecuación:

$$7x + 2y = 31$$

$$2y = 31 - 7x$$

$$y = \frac{31 - 7x}{2}$$

Sustituimos el valor de la incógnita despejada en la otra ecuación:

$$5x + 3 \cdot \left(\frac{31 - 7x}{2} \right) = 30$$

Resolvemos esta ecuación:

Quitamos paréntesis:

$$5x + \frac{93 - 21x}{2} = 30$$

Quitamos denominadores:

$$2 \cdot 5x + \frac{2 \cdot (93 - 21x)}{2} = 2 \cdot 30$$

$$10x + (93 - 21x) = 60$$

$$10x + 93 - 21x = 60$$

Simplificamos términos semejantes:

$$93 - 11x = 60$$

Regla de la suma:

$$-11x = -33$$

Regla del producto:

$$x = +3$$

Volvemos ahora a la expresión que hemos subrayado en azul:

$$y = \frac{31 - 7x}{2}$$

Podemos cambiar la x por -2 que es su valor:

$$y = \frac{31 - 7(+3)}{2}$$

$$y = \frac{31 - 21}{2}$$

$$y = \frac{10}{2}$$

$$y = 5$$

Con lo que la solución del sistema es **(+3, +5)**

5)
$$\begin{cases} 104 - 31x = 6y \\ 62 - 10x = 6y \end{cases}$$

Antes de aplicar el método de sustitución, vamos a colocar bien los términos del sistema:

$$\begin{cases} -31x - 6y = -104 \\ -10x - 6y = -62 \end{cases}$$

Despejamos y en la primera ecuación:

$$-31x - 6y = -104$$

$$-6y = -104 + 31x$$

Multiplicamos por -1 para dejar en positivo la incógnita:

$$6y = 104 - 31x$$

$$y = \frac{104 - 31x}{6}$$

Sustituimos el valor de la incógnita despejada en la otra ecuación:

$$-10x - 6 \cdot \left(\frac{104 - 31x}{6} \right) = -62$$

Resolvemos esta ecuación:

Simplificamos el 6 que multiplica con el 6 que divide:

$$-10x - (104 - 31x) = -62$$

Quitamos paréntesis:

$$-10x - 104 + 31x - 62$$

Quitamos denominadores: en este caso no hay.

Simplificamos términos semejantes:

$$21x - 104 = -62$$

Regla de la suma:

$$21x = 42$$

Regla del producto:

$$x = +2$$

Volvemos ahora a la expresión que hemos subrayado en azul:

$$y = \frac{104 - 31x}{6}$$

Podemos cambiar la x por -2 que es su valor:

$$y = \frac{104 - 31(+2)}{6}$$

$$y = \frac{104 - 62}{6}$$

$$y = \frac{42}{6}$$

$$y = 7$$

Con lo que la solución del sistema es **(+2, +7)**

$$6) \begin{cases} 3x + 4y = 36 \\ 2x - 5y = 1 \end{cases}$$

Despejamos x en la segunda ecuación:

$$2x - 5y = 1$$

$$2x = 1 + 5y$$

$$x = \frac{1 + 5y}{2}$$

Sustituimos el valor de la incógnita despejada en la otra ecuación:

$$3\left(\frac{1 + 5y}{2}\right) + 4y = 36$$

Resolvemos esta ecuación:

Quitamos paréntesis:

$$\frac{3 + 15y}{2} + 4y = 36$$

Quitamos denominadores:

$$\frac{2 \cdot (3 + 15y)}{2} + 2 \cdot 4y = 2 \cdot 36$$

$$(3 + 15y) + 8y = 72$$

$$3 + 15y + 8y = 72$$

Simplificamos términos semejantes:

$$3 + 23y = 72$$

Regla de la suma:

$$23y = 69$$

Regla del producto:

$$y = +3$$

Volvemos ahora a la expresión que hemos subrayado en azul:

$$x = \frac{1 + 5y}{2}$$

Podemos cambiar la y por $+3$ que es su valor:

$$x = \frac{1 + 5(+3)}{2}$$

$$x = \frac{1 + 15}{2}$$

$$x = \frac{16}{2}$$

$$x = 8$$

Con lo que la solución del sistema es **(+8, +3)**

$$7) \begin{cases} x + 5y = 30 \\ x - 5y = 0 \end{cases}$$

Despejamos x en la segunda ecuación:

$$x - 5y = 0$$

$$x = 5y$$

Sustituimos el valor de la incógnita despejada en la otra ecuación:

$$(5y) + 5y = 30$$

Resolvemos esta ecuación:

Quitamos paréntesis: no hay.

Quitamos denominadores: no hay.

Simplificamos términos semejantes:

$$10y = 30$$

Regla de la suma: no hace falta.

Regla del producto:

$$y = +3$$

Volvemos ahora a la expresión que hemos subrayado en azul:

$$x = 5y$$

Podemos cambiar la y por $+3$ que es su valor:

$$x = 5(+3)$$

$$x = 15$$

Con lo que la solución del sistema es **(+15, +3)**

8)
$$\begin{cases} x + y = 22 \\ x - y = -8 \end{cases}$$

Despejamos x en la segunda ecuación:

$$x - y = -8$$

$$x = -8 + y$$

Sustituimos el valor de la incógnita despejada en la otra ecuación:

$$(-8 + y) + y = 22$$

Resolvemos esta ecuación:

Quitamos paréntesis:

$$-8 + y + y = 22$$

Quitamos denominadores: no hay.

Simplificamos términos semejantes:

$$-8 + 2y = 22$$

Regla de la suma:

$$2y = 30$$

Regla del producto:

$$y = +15$$

Volvemos ahora a la expresión que hemos subrayado en azul:

$$x = -8 + y$$

Podemos cambiar la y por $+15$ que es su valor:

$$x = -8 + (+15)$$

$$x = +7$$

Con lo que la solución del sistema es $(+7, +15)$

9)
$$\begin{cases} \frac{7}{3}x + 4 = y \\ \frac{y}{4} - \frac{x}{3} = \frac{7}{4} \end{cases}$$

Para quitar los denominadores, multiplicamos la ecuación de arriba por 3 y la de abajo por 12:

$$\begin{cases} 7x + 12 = 3y \\ 3y - 4x = 21 \end{cases}$$

Colocamos cada término en su lugar:

$$\left. \begin{array}{l} 7x - 3y = -12 \\ -4x + 3y = 21 \end{array} \right\}$$

Despejamos y en la segunda ecuación:

$$3y = 21 + 4x$$

$$y = \frac{21 + 4x}{3}$$

Sustituimos el valor de la incógnita despejada en la otra ecuación:

$$7x - 3\left(\frac{21 + 4x}{3}\right) = -12$$

Resolvemos esta ecuación:

Quitamos paréntesis:

Simplificamos el 3 que multiplica con el 3 que divide:

$$7x - (21 + 4x) = -12$$

$$7x - 21 - 4x = -12$$

Quitamos denominadores: no hay.

Simplificamos términos semejantes:

$$3x - 21 = -12$$

Regla de la suma:

$$3x = +9$$

Regla del producto:

$$x = 3$$

Volvemos ahora a la expresión que hemos subrayado en azul:

$$y = \frac{21 + 4x}{3}$$

Podemos cambiar la x por $+3$ que es su valor:

$$y = \frac{21 + 4(+3)}{3}$$

$$y = \frac{21 + 12}{3}$$

$$y = \frac{33}{3}$$

$$y = 11$$

Con lo que la solución del sistema es **(+3, +11)**

$$10) \left. \begin{array}{l} \frac{1}{2}x + \frac{5}{4}y = 2 \\ \frac{1}{6}x - \frac{5}{3}y = \frac{3}{2} \end{array} \right\} \text{Sol.: } \left(5, -\frac{2}{5} \right) \left. \begin{array}{l} \frac{1}{2}x + \frac{5}{4}y = 2 \\ \frac{1}{6}x - \frac{5}{3}y = \frac{3}{2} \end{array} \right\}$$

Para quitar los denominadores, multiplicamos la ecuación de arriba por 4 y la de abajo por 6:

$$\left. \begin{array}{l} 2x + 5y = 8 \\ x - 10y = 9 \end{array} \right\}$$

Despejamos x en la segunda ecuación:

$$x - 10y = 9$$

$$x = 9 + 10y$$

Sustituimos el valor de la incógnita despejada en la otra ecuación:

$$2(9 + 10y) + 5y = 8$$

Resolvemos esta ecuación:

Quitamos paréntesis:

$$18 + 20y + 5y = 8$$

Quitamos denominadores: no hay.

Simplificamos términos semejantes:

$$18 + 25y = 8$$

Regla de la suma:

$$25y = -10$$

Regla del producto:

$$y = -\frac{2}{5}$$

Volvemos ahora a la expresión que hemos subrayado en azul:

$$x = 9 + 10y$$

Podemos cambiar la x por $+3$ que es su valor:

$$x = 9 + 10\left(-\frac{2}{5}\right)$$

$$x = 9 + (-4)$$

$$x = 5$$

Con lo que la solución del sistema es $\left(+5, -\frac{2}{5}\right)$

LECCIONESDEMATES.COM